

فصل دوّم: مدل‌های اصلی جریان دوفازی (*The Basic Models*)

متدهای تجزیه و تحلیل (*Methods of Analysis*)

- متد آنالیز جریان دوفازی شبیه جریان تک‌فاز است.
معادلات اصلی بقاء جرم، ممنتوم و انرژی نوشته شده و با فرضیاتی ساده شده و حل می‌گردند. در واقع هر سری از این فرضیات منجر به یک مدل خاص می‌شوند.

- | | |
|----------------------|--------------|
| - مدل جریان همگن | انواع مدل‌ها |
| - مدل فازهای جدا شده | |
| - مدل الگوی جریان | |

مدل جریان همگن (*Homogeneous Flow Model*)

- در این مدل هر دو فاز به صورت یک فاز با خواص متوسط در نظر گرفته می شود (سرعت بخار و مایع یکی است، $u_g = u_f$).
- روش مناسبی برای بررسی Bubbly Flow است.

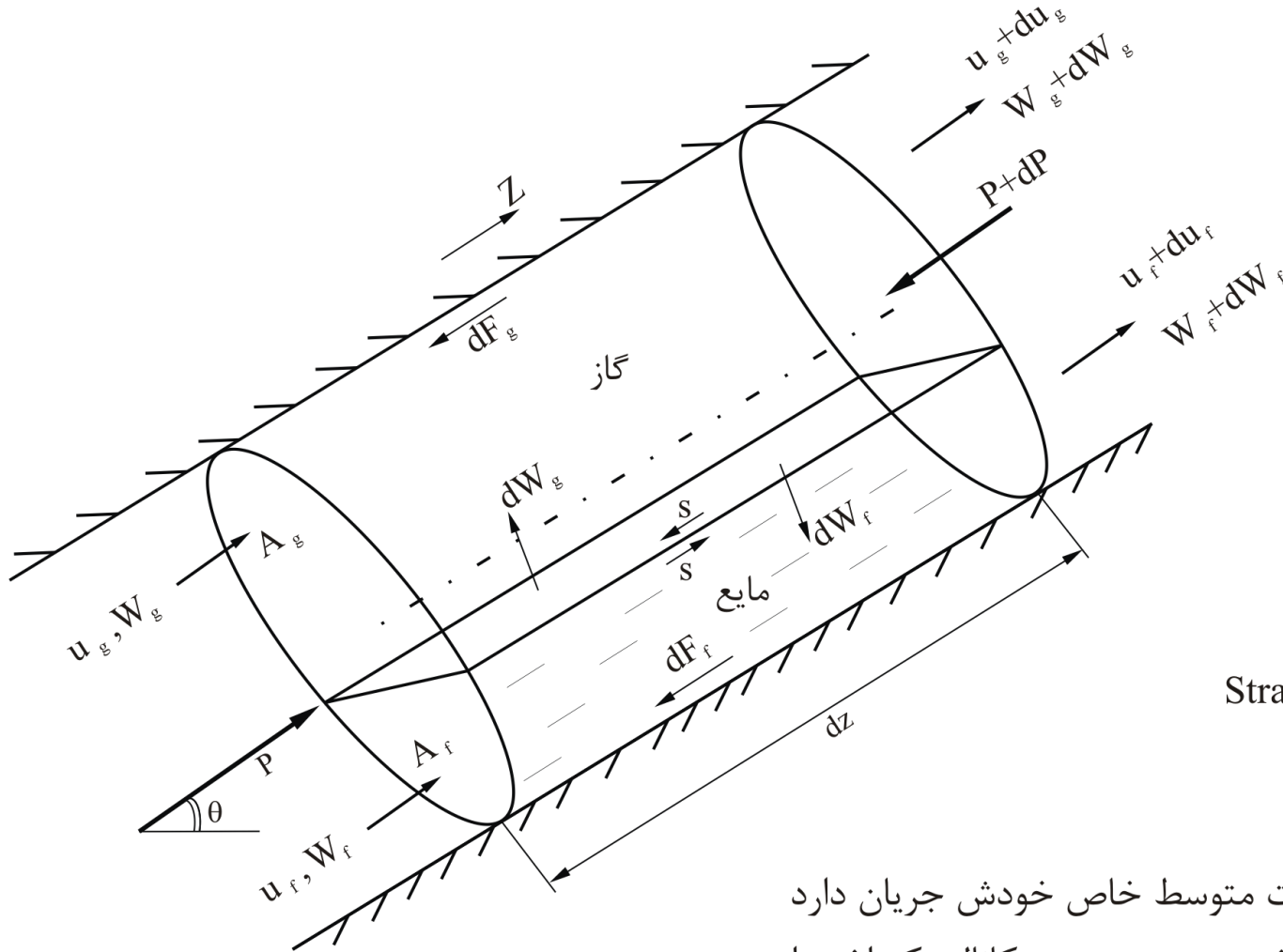
مدل فازهای جدا شده (*Separated Model*)

- هر کدام از فازها را به طور جداگانه در نظر گرفته و معادلات مختلف را تک تک در مورد هر فاز جداگانه نوشته و حل می کنیم که حل کردن آنها می تواند به صورت توأم و یا جداگانه باشد.

مدل الگوی جریان (*Flow Pattern Model*)

- از اطلاعات الگوهای جریان که قبلاً بحث شد استفاده می‌کند.
در این حالت باید بتوان حدس زد که تغییر الگو در چه حالتی
صورت می‌گیرد.

معادلات اصلی جریان دوفازی:



- جریان Stratified

- یک بعدی

- دائمی

- هر فاز با سرعت متوسط خاص خودش جریان دارد

- فشار در هر صفحه عمود بر محور کانال یکنواخت است

- کانال با سطح مقطع ثابت (لوله)

فرضیات

1- Conservation of Mass

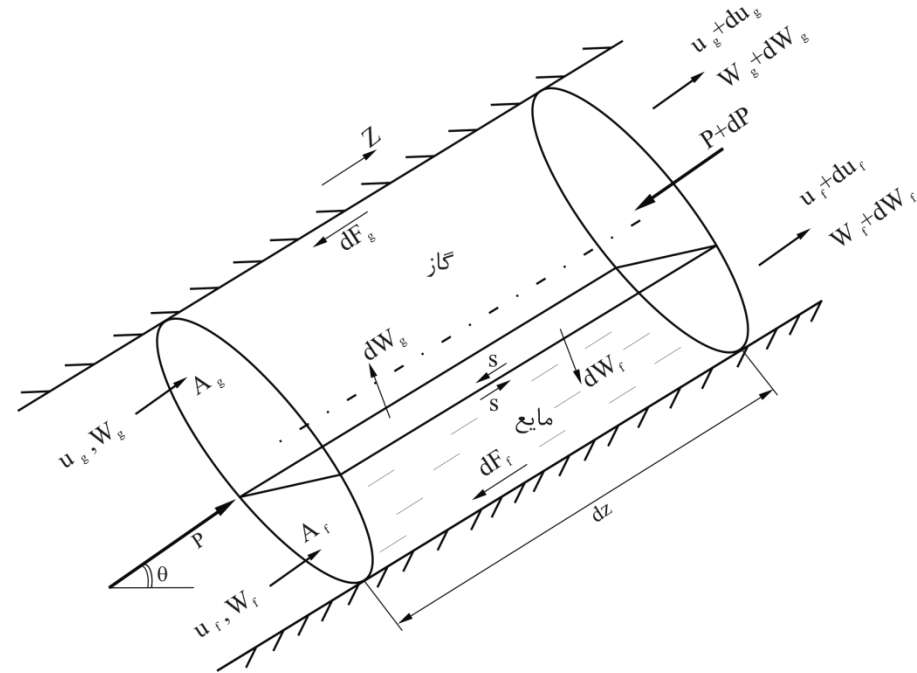
$$W = W_g + W_f = \text{Const.} \rightarrow dW_g = -dW_f$$

$$\frac{dW_g}{dz} + \frac{dW_f}{dz} = 0$$

$$W_g = A_g \rho_g u_g = Wx$$

$$W_f = A_f \rho_f u_f = W(1-x)$$

$$G = \frac{W}{A} = \text{cte.} \rightarrow \frac{dG}{dz} = 0$$



2- Conservation of Momentum

Force = Rate of Change of Momentum

برای فازبخار:

$$PA_g - (P + dP)A_g - dF_g - S - A_g dz \rho_g \cdot g \sin \theta = [(W_g + dW_g)(u_g + du_g) - W_g u_g - dW_g u_f] \quad (1)$$

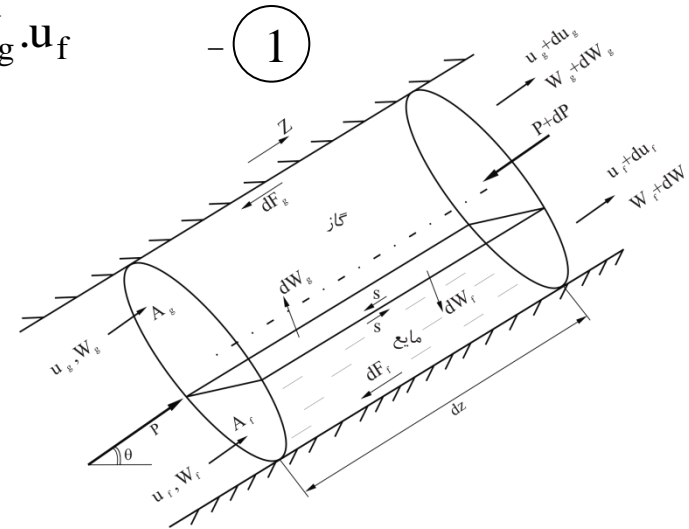
$$-A_g dP - dF_g - S - A_g dz \rho_g g \sin \theta = W_g \cdot du_g + dW_g \cdot u_g - dW_g \cdot u_f$$

و برای فاز مایع خواهیم داشت:

$$-A_f dP - dF_f + S - A_f dz \rho_f g \sin \theta = W_f \cdot du_f \quad (2)$$

از جمع روابط ۱ و ۲:

$$-Adp - (dF_f + dF_g) - g \sin \theta dz [A_f \rho_f + A_g \rho_g] = d[W_f u_f + W_g u_g] \quad (3)$$



$$-\frac{dP}{dz} = \frac{1}{A} \left(\frac{dF_f}{dz} + \frac{dF_g}{dz} \right) + \left[\frac{A_f}{A} \rho_f + \frac{A_g}{A} \rho_g \right] g \sin \theta + \frac{1}{A} \frac{d}{dz} [W_f u_f + W_g u_g]$$

- از طرفی می توان نوشت:

$$\frac{dP}{dz} = \left(\frac{dP}{dz} \right)_F + \left(\frac{dP}{dz} \right)_S + \left(\frac{dP}{dz} \right)_a$$

$$-\left(\frac{dP}{dz} \right)_F = \frac{1}{A} \left[\frac{dF_f}{dz} + \frac{dF_g}{dz} \right] \quad - \textcircled{4}$$

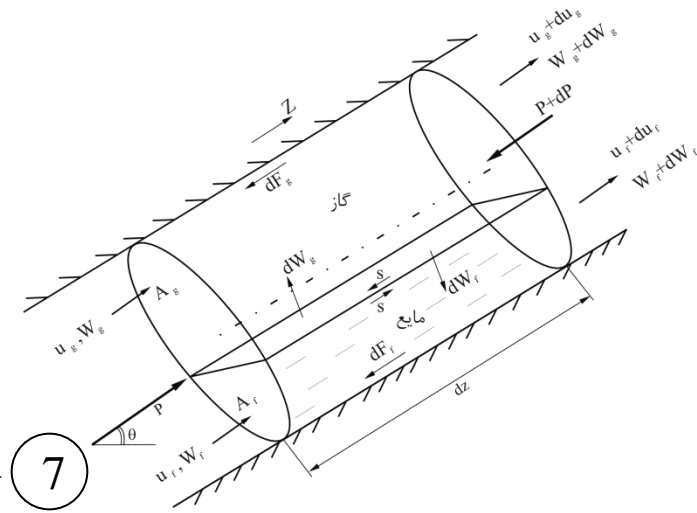
$$-\left(\frac{dP}{dz} \right)_S = \left[\frac{A_f}{A} \rho_f + \frac{A_g}{A} \rho_g \right] g \sin \theta = [\alpha \rho_g + (1 - \alpha) \rho_f] g \sin \theta = \bar{\rho} g \sin \theta \quad - \textcircled{5}$$

$$\bar{\rho} = \alpha \rho_g + (1 - \alpha) \rho_f$$

- با استفاده از روابط بالا و تعاریف اولیه می توان ثابت کرد:

$$-\left(\frac{dP}{dz} \right)_a = \frac{1}{A} \frac{d}{dz} [W_f u_f + W_g u_g] = G^2 \frac{d}{dz} \left[\frac{x^2 v_g}{\alpha} + \frac{(1-x)^2 v_f}{(1-\alpha)} \right] \quad - \textcircled{6}$$

3- Conservation of Energy:



$$W(\delta q - \delta w) = WdH + d \left[\frac{W_g u_g^2}{2} + \frac{W_f u_f^2}{2} \right] + W.g \sin \theta . dz \quad - (7)$$

$$\left. \begin{array}{l} Tds = \delta q + dE \\ Tds = dH - \bar{v}dP \end{array} \right\} \Rightarrow dH = \delta q + dE + \bar{v}dP \Rightarrow dH = \delta q + dE + \frac{W_g v_g + W_f v_f}{W} \times dP \quad - (8)$$

$$7 \frac{8}{\delta w = 0} \rightarrow - \left(\frac{dP}{dz} \right) [W_g v_g + W_f v_f] = W \frac{dE}{dz} + \frac{d}{dz} \left[\frac{W_g u_g^2}{2} + \frac{W_f u_f^2}{2} \right] + W.g \sin \theta$$

- و با استفاده از تعاریف اولیه ثابت می شود:

$$- \left(\frac{dP}{dz} \right) [x v_g + (1-x) v_f] = \frac{dE}{dz} + \frac{G^2}{2} \frac{d}{dz} \left[\frac{x^2 v_g^2}{\alpha^2} + \frac{(1-x)^3 v_f^2}{(1-\alpha)^2} \right] + g . \sin \theta \quad - (9)$$

ترم های سمت راست معادله انرژی (رابطه 9)، به ترتیب گرادیان فشار در اثر اصطکاک، شتاب و تغییر ارتفاع می باشند (مشابه معادله ممنتوم).

استفاده از معادله ممنتوم یا انرژی برای محاسبه گرادیان فشار اصطکاکی:

۱- افت فشار کل را می توان اندازه گیری نمود.

۲- افت فشار بواسطه شتاب و تغییر ارتفاع از معادله ممنتوم یا انرژی بدست می آید.

۳- تفاوت دو مورد بالا، افت فشار اصطکاکی می باشد.

۴- افت فشار اصطکاکی محاسبه شده را می توان بر حسب متغیرهای جریان به صورت رابطه ای ارائه

داد (Correlation).

الف - مدل همگن (*Homogeneous Model*)

فرضیات:

۱- سرعت فاز مایع و بخار برابر ($u_g = u_f$)

۲- تعادل ترمودینامیکی بین دوفاز

۳- استفاده از ضریب اصطکاک تکفازی مناسب برای جریان دوفازی

۴- شرایط دائمی (پایدار)

- این مدل برای Bubbly Flow و Wispy-Annular Flow مناسب است.

معادله پیوستگی : $W = A\bar{\rho}\bar{u}$, $\bar{u} = u_f = u_g$ - (1)

معادله ممنتوم : $-AdP - d\bar{F} - A\bar{\rho}.g\text{Sin}\theta dz = Wd\bar{u}$ - (2)

معادله انرژی : $\delta q - \delta w = dH + d\left(\frac{\bar{u}^2}{2}\right) + g\text{Sin}\theta.dz$ - (3)

$$dH = \delta q + dE + \bar{v}dp$$

$$\bar{v} = x v_g + (1-x)v_f = v_f + x v_{fg} = \frac{1}{\bar{\rho}}$$
 - (4)

$$S = \frac{u_g}{u_f} = \frac{1-\alpha}{\alpha} \cdot \frac{x}{1-x} \cdot \frac{\rho_f}{\rho_g} = 1$$

$$\alpha = \frac{xv_g}{\bar{v}}$$
 - (5)

$$d\bar{F} = \tau_w \cdot P \cdot dz \rightarrow \frac{d\bar{F}}{dz} = \tau_w \cdot P$$

$$\tau_w = f_{TP} \left(\frac{\bar{\rho} \bar{u}^2}{2} \right)$$

$$-\left(\frac{dP}{dz} F \right) = \frac{1}{A} \frac{d\bar{F}}{dz} = \frac{P}{A} \tau_w = \frac{f_{TP} \cdot P}{A} \frac{\bar{\rho} \bar{u}^2}{2}$$

- اگر سطح مقطع کانال دایروی باشد، $\frac{P}{A} = \frac{4}{D}$ ، در آن صورت:

$$-\left(\frac{dP}{dz} F\right) = \frac{2f_{TP}}{D} G^2 \cdot \bar{v} \quad - (6)$$

$$\left(G = \bar{\rho} \bar{u} = \frac{W}{A}\right)$$

$$-\left(\frac{dP}{dz} a\right) = \frac{1}{A} \frac{d(W\bar{u})}{dz} = \frac{W}{A} \frac{d\bar{u}}{dz} = G^2 \frac{d\bar{v}}{dz} \quad - (7)$$

$$\bar{v} = v_f + x v_{fg}$$

با فرض اینکه $v_f = cte.$ باشد:

$$\frac{d\bar{v}}{dz} = v_{fg} \frac{dx}{dz} + x \frac{dv_{fg}}{dP} \left(\frac{dP}{dz}\right) \quad - (8)$$

$$-\left(\frac{dP}{dz}\right)_s = \bar{\rho} g \sin \theta = \frac{g \sin \theta}{\bar{v}} \quad - (9)$$

$$\frac{dP}{dz} = \left(\frac{dP}{dz}\right)_F + \left(\frac{dP}{dz}\right)_a + \left(\frac{dP}{dz}\right)_s$$

با استفاده از روابط 6, 7, 8, 9 در رابطه بالا، گرادیان فشار کل در مدل همگن به صورت زیر بدست می‌آید [2.34 کتاب].

$$-\left(\frac{dP}{dz}\right) = \frac{1}{1 + G^2 X \frac{dv_g}{dP}} \times \left[\frac{2f_{TP} G^2 v_f}{D} \left[1 + \frac{X v_{fg}}{v_f} \right] + G^2 v_f \left(\frac{v_{fg}}{v_f} \right) \frac{dx}{dz} + \frac{g \sin \theta}{v_f \left(1 + \frac{X v_{fg}}{v_f} \right)} \right] \quad - (10)$$

در رابطه فوق G , v_f , v_{fg} و X معلوم است. تنها مقدار نامعلوم f_{TP} می‌باشد.

محاسبه ضریب اصطکاک دوفازی (f_{TP}):

روش اول: فرض: تمام سیال داخل لوله مایع است.

$$\text{Re} = \frac{GD}{\mu_f \frac{e}{D}} \left\{ \begin{array}{l} \text{Moody} \\ \text{diagram} \end{array} \right\} \rightarrow f_{fo}$$

$$6 \frac{f_{TP} = f_{fo}}{\bar{v} = v_f + Xv_{fg}} \rightarrow -\left(\frac{dP}{dz} F\right) = \frac{2f_{fo} \cdot G^2 \cdot v_f}{D} \left[1 + X \left(\frac{v_{fg}}{v_f} \right) \right] = \left(\frac{dP}{dz} F\right)_{fo} \left[1 + X \left(\frac{v_{fg}}{v_f} \right) \right] \quad (11)$$

- از این روش برای $X = 0$ یا حوالی آن می توان استفاده کرد.

روش دوّم: استفاده از یک $\bar{\mu}$ برای جریان دوفازی:

$$(i) \quad \frac{1}{\bar{\mu}} = \frac{x}{\mu_g} + \frac{(1-x)}{\mu_f} \quad (McAdams \text{ et al.})$$

$$(ii) \quad \bar{\mu} = x\mu_g + (1-x)\mu_f \quad (Cicchiti \text{ et al.})$$

$$(iii) \quad \bar{\mu} = \bar{\rho} [xv_g\mu_g + (1-x)v_f\mu_f] \quad (Duckler \text{ et al.})$$

$$f_{TP} = 0.079 \left[\frac{GD}{\bar{\mu}} \right]^{-0.25} = \frac{0.079}{\text{Re}^{1/4}} \quad (Blasius \text{ Eq.}) \quad - (12)$$

$$\left. \begin{array}{l} 6, 12 \\ McAdams \end{array} \right\} \rightarrow -\left(\frac{dP}{dz} F\right) = -\left(\frac{dP}{dz} F\right)_{fo} \left[1 + x \left(\frac{v_{fg}}{v_f} \right) \right] \left[1 + x \left(\frac{\mu_{fg}}{\mu_g} \right) \right]^{-1/4} \quad - (13)$$

روابط 11 و 13 را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$-\left(\frac{dP}{dz} F\right) = -\left(\frac{dP}{dz} F\right)_{fo} \times \phi_{fo}^2 \quad - (14)$$

$$13, 14 \rightarrow \phi_{fo}^2 = \left[1 + x \frac{v_{fg}}{v_f} \right] \left[1 + x \left(\frac{\mu_{fg}}{\mu_f} \right) \right]^{-1/4} \quad - (15)$$

$\phi_{fo}^2 = F(P, x)$ در جدول 2.1 کتاب برای مدل همگن سیستم *Steam- Water* داده شده است.

محاسبه افت فشار (ΔP) در مدل همگن:

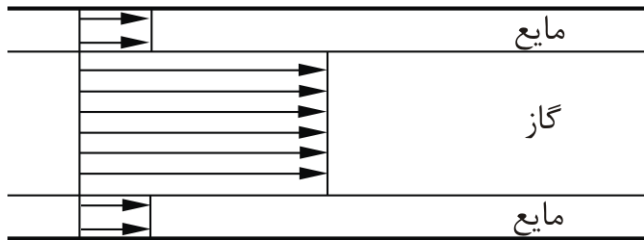
با فرض اینکه بخار غیرقابل تراکم باشد، f_{TP} ، v_f ، v_g در طول لوله ثابت باشد و $\frac{dx}{dz} = cte$.

$$10 \rightarrow \Delta P = \frac{2f_{TP}LG^2v_f}{D} \left[1 + \frac{x}{2} \left(\frac{v_{fg}}{v_f} \right) \right] + G^2v_f \left(\frac{v_{fg}}{v_f} \right) x + \frac{g \sin \theta \cdot L}{v_{fg} \cdot x} \ln \left[1 + x \left(\frac{v_{fg}}{v_f} \right) \right] \quad - (16)$$

رابطه ۱۶، افت فشار را در مدل همگن می‌دهد [رابطه 2.44 کتاب].

مدل فازهای جدا شده (*The Separated Flow Model*):

مدل مناسبی برای الگوی جریان حلقوی (*Annular*) است.



فرضیات:

۱- سرعت فاز مایع و بخار ثابت ولی متفاوت

۲- تعادل ترمودینامیکی بین فازها

۳- استفاده از روابط تجربی برای α و ϕ_{fo}^2

۴- شرایط دائمی (پایدار)

- در ابتدای همین فصل، معادله ممنتوم به صورت زیر بدست آورده شد:

$$-\left(\frac{dP}{dz}\right) = -\left(\frac{dP}{dz}\right)_F + G^2 \frac{d}{dz} \left[\frac{x^2 v_g}{\alpha} + \frac{(1-x)^2 v_f}{1-\alpha} \right] + g \sin \theta [\alpha \rho_g + (1-\alpha) \rho_f] \quad - (1)$$

از طرف دیگر، گرادیان فشار اصطکاکی دوفازی بر حسب گرادیان فشار اصطکاکی تکفاز هنگامیکه فرض شود تمام سیال به صورت مایع جریان دارد، هست:

$$-\left(\frac{dP}{dz}\right)_F = -\left(\frac{dP}{dz}\right)_{fo} \phi_{fo}^2 = \left[\frac{2f_{fo} G^2 v_f}{D} \right] \phi_{fo}^2 \quad - (2)$$

- روش دیگر: گرادیان فشار اصطکاکی دوفازی را بر حسب گرادیان فشار تکفاز هنگامیکه فقط فاز مایع داخل لوله جریان دارد، بیان می‌کنیم:

$$-\left(\frac{dP}{dz}\right)_F = -\left(\frac{dP}{dz}\right)_f \phi_f^2 = \left[\frac{2f_f G^2 (1-x)^2 v_f}{D} \right] \phi_f^2 \quad - (3)$$

$$\text{Blasius eq. } f = 0.079 \text{Re}^{-1/4} \rightarrow \frac{f_f}{f_{fo}} = \left[\frac{1}{(1-x)} \right]^{1/4} \quad - (4)$$

$$2,3,4 \rightarrow \phi_{fo}^2 = \phi_f^2 (1-x)^2 \frac{f_f}{f_{fo}} = \phi_f^2 (1-x)^{1.75} \quad - \textcircled{5}$$

$$-\left(\frac{dP}{dz}\right)_a = G^2 \frac{d}{dz} \left[\frac{x^2 v_g}{\alpha} + \frac{(1-x)^2 v_f}{(1-\alpha)} \right]$$

با فرض اینکه $v_f = cte$ باشد، مشتق مذکور به صورت زیر حاصل می‌شود (رابطه 2.52 کتاب):

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} \left[\frac{x^2 v_g}{\alpha} + \frac{(1-x)^2 v_f}{(1-\alpha)} \right] &= \frac{dx}{dz} \left[\left\{ \frac{2x v_g}{\alpha} - \frac{2(1-x)v_f}{(1-\alpha)} \right\} + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial x} \right)_p \left\{ \frac{(1-x)^2 v_f}{(1-\alpha)^2} - \frac{x^2 v_g}{\alpha^2} \right\} \right] \\ &+ \frac{dP}{dz} \left[\frac{x^2}{\alpha} \frac{dv_g}{dP} + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial P} \right)_x \left\{ \frac{(1-x)^2 v_f}{(1-\alpha)^2} - \frac{x^2 v_g}{\alpha^2} \right\} \right] \quad - \textcircled{6} \end{aligned}$$

با جایگذاری روابط 2 و 6 در رابطه 1، گرادیان فشار کل به صورت زیر بدست می‌آید (رابطه 2.53 کتاب).

$$-\left(\frac{dP}{dz}\right) = \left(\frac{2f_{fo}G^2v_f}{D} \phi_{fo}^2 + G^2 \frac{dx}{dz} \left[\left\{ \frac{2xv_g}{\alpha} - \frac{2(1-x)v_f}{(1-\alpha)} \right\} + \left(\frac{\partial\alpha}{\partial x} \right)_P \left\{ \frac{(1-x)^2v_f}{(1-\alpha)^2} - \frac{x^2v_g}{\alpha^2} \right\} \right] + g\text{Sin}\theta[\rho_g\alpha + \rho_f(1-\alpha)] \right) \\ \div \left(1 + G^2 \left[\frac{x^2}{\alpha} \left(\frac{dv_g}{dp} \right) + \left(\frac{\partial\alpha}{\partial p} \right)_x \left\{ \frac{(1-x)^2v_f}{(1-\alpha)^2} - \frac{x^2v_g}{\alpha^2} \right\} \right] \right) \quad - (7)$$

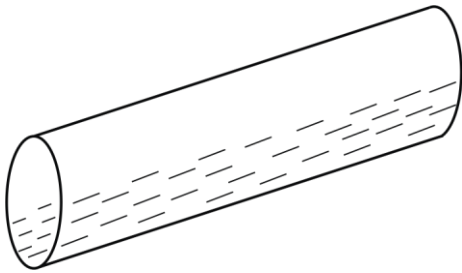
و بالاخره، با فرضیاتی مشابه آنچه در مورد مدل همگن گفته شد، از رابطه فوق انتگرال گیری می‌شود:

$$\Delta P = \frac{2f_{fo}G^2v_fL}{D} \left[\frac{1}{x} \int_0^x \phi_{fo}^2 dx \right] + G^2v_f \left[\frac{x^2}{\alpha} \left(\frac{v_g}{v_f} \right) + \frac{(1-x)^2}{(1-\alpha)} - 1 \right] + \frac{Lg\text{Sin}\theta}{x} \int_0^x [\rho_g\alpha + \rho_f(1-\alpha)] dx \quad - (8)$$

رابطه 8، افت فشار را در مدل فازهای جدا شده می‌دهد (رابطه 2.54 کتاب).

الف – *The Lockhart- Martinelli Correlation*

برای استفاده از روابط مربوط به محاسبه گرادیان فشار و افت فشار باید α و ϕ_{fo}^2 را محاسبه کنیم.



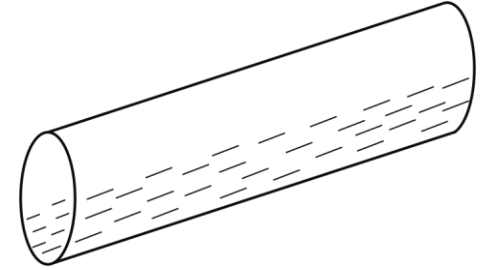
فرضیات:

- ۱- چهار حالت مختلف نوع جریان (آرام- مغشوش) وقتی هر فاز به تنهایی جریان یابد
- ۲- افت فشار گاز و مایع مساوی (یکسان بودن فشار در هر سطح مقطع)
- ۳- افت فشار در اثر شتاب و تغییر ارتفاع کوچک (صرفنظر می شود).

$$\left(\frac{dP}{dz} F \right) = \left(\frac{dP}{dz} F_f \right) = \left(\frac{dP}{dz} F_g \right) \quad - \textcircled{1}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{dP}{dz} F_f \right) = \frac{2f_f \rho_f u_f^2}{D_f} \\ \left(\frac{dP}{dz} F_g \right) = \frac{2f_g \rho_g u_g^2}{D_g} \end{array} \right. \quad - \textcircled{2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A_f = \gamma \left(\frac{\pi D_f^2}{4} \right) \\ A_g = \delta \left(\frac{\pi D_g^2}{4} \right) \end{array} \right. \quad - \textcircled{3}$$



$$\begin{cases} f_f = K_f \left[\frac{\rho_f u_f D_f}{\mu_f} \right]^{-n} \\ f_g = K_g \left[\frac{\rho_g u_g D_g}{\mu_g} \right]^{-n} \end{cases} \quad - (4)$$

$$\left(-\frac{dP}{dz} F \right) = \left(-\frac{dP}{dz} F \right)_f \phi_f^2 \Rightarrow \phi_f^2 = \frac{\left(\frac{dP}{dz} F \right)}{\left(\frac{dP}{dz} F \right)_f}$$

$$1 \rightarrow \phi_f^2 = \frac{\left(\frac{dP}{dz} F_f \right)}{\left(\frac{dP}{dz} F \right)_f} = \frac{\text{گرادیان فشار اصطکاکی هنگامیکه فاز مایع به تنهایی با قطر معادل خود جریان یابد}}{\text{گرادیان فشار اصطکاکی هنگامیکه فاز مایع به تنهایی در تمامی قطر لوله جریان یابد}}$$

با استفاده از روابط بالا می توان ثابت کرد:

$$\phi_f^2 = \gamma^{n-2} \left(\frac{D}{D_f} \right)^{5-n} \quad - (5)$$

به همین طریق برای فاز گاز می توان نوشت:

$$\phi_{\text{g}}^2 = \frac{\left(\frac{dP}{dz} F\right)}{\left(\frac{dP}{dz} F\right)_{\text{g}}} = \delta^{n-2} \left(\frac{D}{D_{\text{g}}}\right)^{5-n} \quad - (6)$$

برای جریان حلقوی:

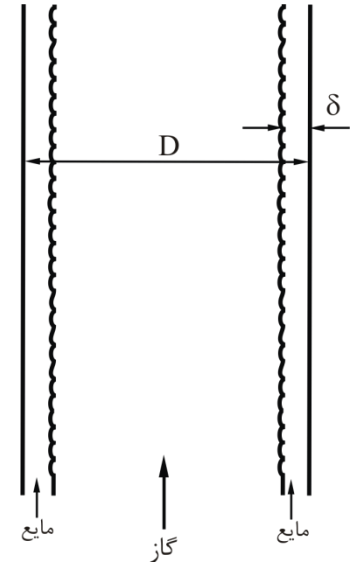
$$3 \rightarrow \xrightarrow{\text{تقسیم بر}} \frac{A_f}{A = \frac{\pi D^2}{4}} = \gamma \left(\frac{D_f}{D}\right)^2 \Rightarrow \gamma = (1-\alpha) \left(\frac{D}{D_f}\right)^2$$

$$5 \rightarrow \phi_f^2 = (1-\alpha)^{n-2} \left(\frac{D}{D_f}\right)^{n+1} \quad - (7)$$

جریان حلقوی :

$$\left. \begin{aligned} D_f &= \frac{4A_f}{P_f} = \frac{4\pi D\delta}{\pi D} = 4\delta \\ 1-\alpha &= \frac{A_f}{A} = \frac{\pi D\delta}{\frac{\pi D^2}{4}} = \frac{4\delta}{D} \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{D}{D_f} = \frac{D}{4\delta} = \frac{1}{(1-\alpha)}$$

$$7 \rightarrow \phi_f^2 = (1-\alpha)^{-3} \quad - (8)$$



با توجه به اینکه از اثر متقابل دوفاز بر یکدیگر صرفنظر شده، این رابطه درست نیست.

از تجربه، رابطه درست به صورت زیر است:

$$\phi_f^2 = (1 - \alpha)^{-2} \quad - \textcircled{9}$$

- پارامتر *Martinelli* به صورت زیر تعریف می شود:

$$X^2 = \left(\frac{dP}{dz} F \right)_f / \left(\frac{dP}{dz} F \right)_g \quad - \textcircled{10}$$

از طرفی می دانیم:

$$\phi_f^2 = \left(\frac{dP}{dz} F \right) / \left(\frac{dP}{dz} F \right)_f$$

Martinelli و همکارانش ϕ_f^2 و ϕ_g^2 را به صورت تابعی از X نشان دادند (فصل بعد).

$$\begin{cases} \phi_f^2 = 1 + \frac{C}{X} + \frac{1}{X^2} \\ \phi_g^2 = 1 + CX + X^2 \end{cases} \quad - (11)$$

- مقادیر C بسته به نوع جریان از جدول زیر بدست می آید:

گاز	مایع	C
t	t	20
v	t	12
t	v	10
v	v	5

t = Turbulent

v = Viscous

همچنین fig 2.3 کتاب ϕ و α را به صورت تابعی از X نشان می دهد.

جمع‌بندی:

- ۱- گرادیان فشار اصطکاکی هر فاز را که به تنهایی در لوله جریان می‌یابد محاسبه می‌کنیم.
- ۲- از رابطه 10، پارامتر (X) Martinelli را بدست می‌آوریم.
- ۳- از روابط 11 یا شکل 2.3 ضرایب تصحیح و سپس گرادیان فشار دوفازی بدست می‌آید.

توجه:

روابط ۱۱ و گراف مذکور برای جریان دوفازی آدیاباتیک آب و هوا در لوله افقی در فشار پائین (حوالی صفر) است.

Martinelli- Nelson Correlation ب-

رابطه‌ای برای محاسبه افت فشار در جوشش ارائه دادند.

فرضیات:

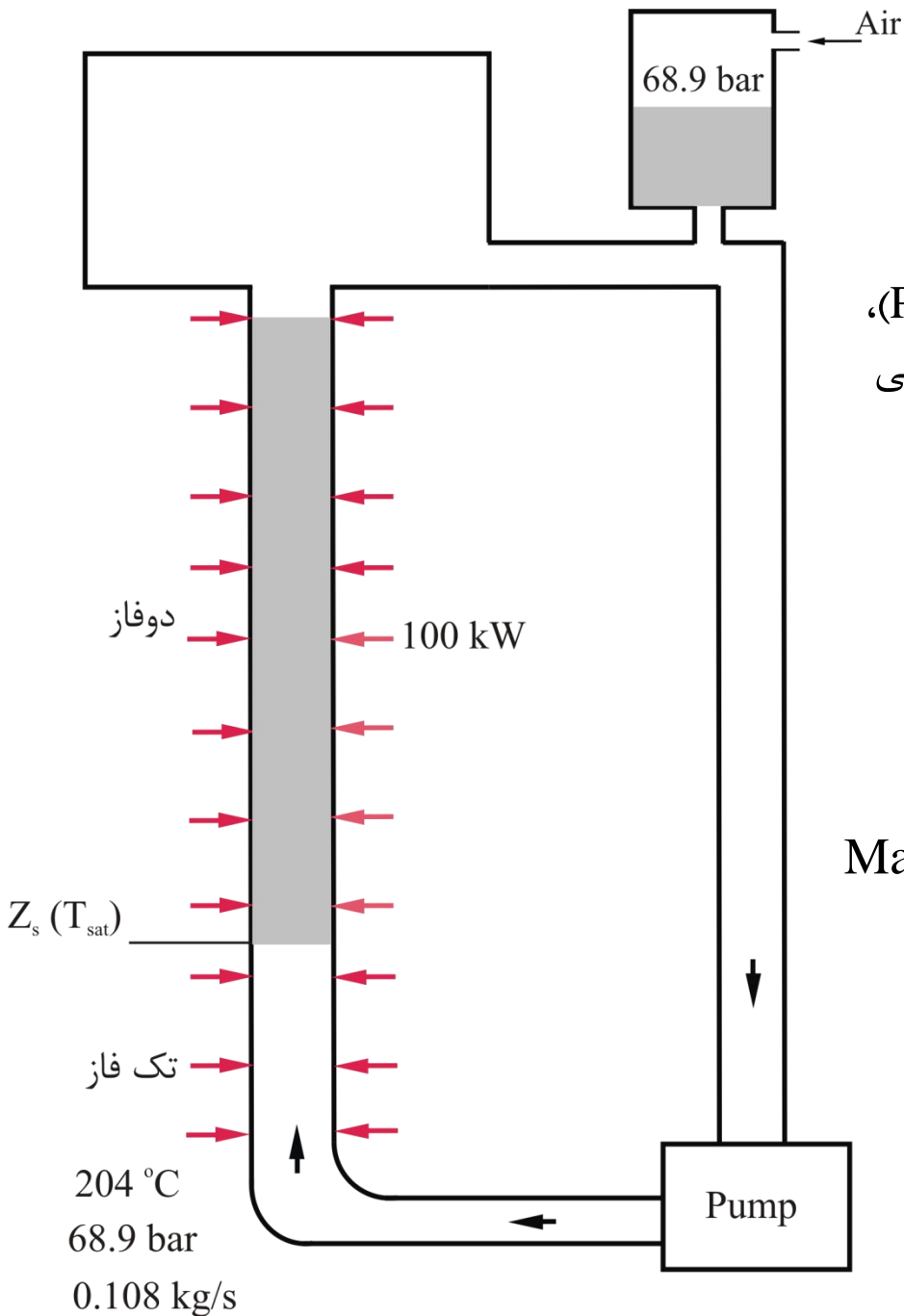
جریان مغشوش - مغشوش
تعادل ترمودینامیکی بین دوفاز

در $\phi_{fo}^2 = F(P, x)$ Fig. 2.4 و همچنین Table 2.2 برای آب-بخار داده شده است.

در Fig. 2.5 و $\alpha = F(P, x)$ در Fig. 2.6 آمده است. $\frac{1}{x} \int_0^x \phi_{fo}^2 dx$

در Fig. 2.7 آمده است. $r_2 = \left[\frac{x^2}{\alpha} \left(\frac{v_g}{v_f} \right) + \frac{(1-x)^2}{1-\alpha} - 1 \right] = F(P, x)$

- البته روابط دیگری نیز وجود دارد (Thom, Baroczy, Chisholm, Friedel و ...).



مثال:

در طرح آزمایش یک مدار فشار زیاد آب (برای تشابه PWR)، از یک لوله عمودی مطابق شکل استفاده می‌شود. قطر داخلی لوله $D = 10.16 \text{ mm}$ و طول آن $L = 3.66 \text{ m}$ است.

مقدار افت فشار در طول لوله را با استفاده از روش‌های زیر بدست آورید:

۱- مدل همگن

۲- مدل فازهای جدا شده

الف- متد Martinelli- Nelson

ب- متد Thom

ج- متد Baroczy

$$P = 68.9 \text{ bar} \xrightarrow{\text{A.3}} T_{\text{sat}} \approx 285 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\Delta H = \frac{Q}{W} = \frac{100 \times 10^3 \text{ J/s}}{0.108 \text{ kg/s}} \times \frac{1}{10^6} = 0.925 \text{ MJ/kg} \quad - \textcircled{1}$$

$$P = 68.9 \text{ bar} \xrightarrow{\text{A.3}} H_f = 1.26 \text{ MJ/kg}, H_{fg} = 1.51 \text{ MJ/kg}$$

$$T_i = 204 \text{ }^\circ\text{C} \xrightarrow{\text{A.3}} H_{fi} = 0.872 \text{ MJ/kg}$$

$$\frac{Q}{L} \times Z_s = W(H_f - H_{fi}) \Rightarrow \frac{Z_s}{L} = \frac{W}{Q} (H_f - H_{fi}) = \frac{H_f - H_{fi}}{\Delta H}$$

$$\frac{Z_s}{3.66} = \frac{1.26 - 0.872}{0.925} \Rightarrow Z_s = 1.54 \text{ m}$$

محاسبه X_o در مقطع خروجی:

$$H_o = H_f + x_o \cdot H_{fg} \Rightarrow x_o = \frac{H_o - H_f}{H_{fg}} = \frac{(H_o - H_{fi}) - (H_f - H_{fi})}{H_{fg}}$$

$$x_o = \frac{\Delta H - (H_f - H_{fi})}{H_{fg}} = \frac{0.925 - (1.26 - 0.872)}{1.51} \Rightarrow x_o = 0.356$$

محاسبه افت فشار قسمت تک‌فازی:

$$G = \frac{W}{A} = \frac{4W}{\pi D^2} = \frac{4 \times 0.108}{\pi (10.16 \times 10^{-3})^2} = 1335 \text{ kg/m}^2\text{s}$$

$$T_i = 204 \text{ }^\circ\text{C} \xrightarrow{\text{A.3}} \mu_{fi} = 1.35 \times 10^{-4} \text{ Ns/m}^2, \nu_{fi} = 1.165 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{kg}$$

$$\text{Re}_{fi} = \frac{GD}{\mu_{fi}} = \frac{1335 \times 10.16 \times 10^{-3}}{1.35 \times 10^{-4}} \rightarrow \text{Re}_{fi} = 10^5 \xrightarrow{\text{G.I, } e/D = 0.015} f_{fi} = 0.0046$$

(فرمول دیاگرام مودی)

$$T = 285 \text{ }^\circ\text{C} \xrightarrow{\text{A.3}} \mu_f = 0.972 \times 10^{-4} \text{ Ns/m}^2, \nu_f = 1.35 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{kg}$$

$$\text{Re}_f = \frac{GD}{\mu_f} = 1.4 \times 10^5 \rightarrow f_{fo} = 0.0044$$

بنابراین ضریب اصطکاک متوسط قسمت تک‌فازی $f_{fo} = 0.0045$ و حجم مخصوص متوسط

آن $v_f = 1.255 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg}$ می‌شود.

$$\Delta P_F = \frac{2 f_{fo} G^2 v_f Z_s}{D} = \frac{2 \times 0.0045 \times 1335^2 \times 1.255 \times 10^{-3} \times 1.54}{10.16 \times 10^{-3}}$$

$$\Delta P_F = 3.06 \text{ kN/m}^2 \quad (\text{تک‌فاز})$$

$$\frac{dP_a}{dz} = \frac{d}{dz} (G^2 v) \rightarrow \Delta P_a = G^2 (v_f - v_{fi}) = 1335^2 [1.35 - 1.165] \times 10^{-3} \Rightarrow \Delta P_a = 0.33 \text{ kN/m}^2 \quad (\text{تک‌فاز})$$

$$\Delta P_z = \rho g Z_s = \frac{g Z_s}{v_f} = \frac{9.807 \times 1.54}{1.255 \times 10^{-3}} \Rightarrow \Delta P_z = 12.05 \text{ kN/m}^2 \quad (\text{تک‌فاز})$$

محاسبه افت فشار در قسمت دوفازی:

I- مدل همگن

$$P = 68.9 \text{ bar} \rightarrow \frac{dv_g}{dP} = \frac{v_{g2} - v_{g1}}{P_2 - P_1} = -4.45 \times 10^{-9} \Rightarrow G^2 \cdot x \frac{dv_g}{dP} = 1335^2 \times 0.356 (-4.45 \times 10^{-9}) = -0.0028 \ll 1$$

بنابراین می توان از رابطه 2.44، ΔP ها را محاسبه نمود:

$$\Delta P_F = \frac{2f_{TP} G^2 v_f (L - Z_s)}{D} \left[1 + \frac{x}{2} \left(\frac{v_{fg}}{v_f} \right) \right] \quad - (2)$$

$$\Delta P_F = \frac{2f_{TP} (1335)^2 (1.35 \times 10^{-3}) (3.66 - 1.54)}{10.16 \times 10^{-3}} \left[1 + \frac{0.356}{2} \left(\frac{2.65 \times 10^{-2}}{1.35 \times 10^{-3}} \right) \right] \Rightarrow \Delta P_F = 4.5 \times 10^3 f_{TP} \quad - (3)$$

محاسبه f_{TP} : فرضیات متفاوتی برای دیسکوزیته دوفاز می شود:

$$(i) \quad \bar{\mu} = \mu_f = 0.972 \times 10^{-4} \text{ Ns/m}^2$$

$$(ii) \quad \frac{1}{\bar{\mu}} = \frac{x}{\mu_g} + \frac{(1-x)}{\mu_f} = \frac{0.356}{1.89 \times 10^{-5}} + \frac{(1-0.356)}{0.972 \times 10^{-4}} \rightarrow \bar{\mu} = 3.93 \times 10^{-5} \text{ Ns/m}^2$$

$$(iii) \quad \bar{\mu} = x\mu_g + (1-x)\mu_f \rightarrow \bar{\mu} = 6.93 \times 10^{-5} \text{ Ns/m}^2$$

$$(iv) \quad \bar{\mu} = \frac{1}{\bar{v}} [(1-x)v_f\mu_f + xv_g\mu_g] \quad , \quad \bar{v} = (1-x)v_f + xv_g = 1.07 \times 10^{-2} \text{ m}^3/\text{kg} \rightarrow \bar{\mu} = 2.52 \times 10^{-5} \text{ Ns/m}^2$$

$$(v) \quad \bar{\mu} = \mu_f \left[1 + \frac{v_{fg}}{v_f} x \right] \quad , \quad v_{fg} = v_g - v_f = 2.65 \times 10^{-2} \text{ m}^3/\text{kg} \rightarrow \bar{\mu} = 7.73 \times 10^{-4} \text{ Ns/m}^2$$

$$f_{TP} = \frac{0.079}{\text{Re}^{1/4}} \quad - \textcircled{4}$$

با استفاده از روابط 3 و 4 جدول زیر ایجاد می شود:

رابطه $\bar{\mu}$	$Re = \frac{GD}{\bar{\mu}}$	f_{TP} at $X = X_0$ (رابطه 4)	متوسط f_{TP}	$\Delta P_F, \text{ kN/m}^2$ (رابطه 3)
(i)	1.4×10^5	0.0044	0.0044	19.7
(ii)	3.45×10^5	0.0038	0.0041	18.0
(iii)	1.96×10^5	0.0042	0.0043	19.3
(iv)	5.38×10^5	0.00355	0.00398	17.91
(v)	0.176×10^5	0.0062	0.0053	23.8

$$\Delta P_a = G^2 \cdot v_{fg} \cdot x_o = (1335)^2 (2.65 \times 10^{-2}) \times 0.356 \rightarrow \Delta P_a = 16.7 \text{ kN/m}^2 \quad (\text{همگن})$$

$$\Delta P_z = \frac{g \sin \theta (L - Z_s)}{v_{fg} x_o} \ln \left[1 + \left(\frac{v_{fg}}{v_f} \right) x_o \right] \Rightarrow \Delta P_z = 4.6 \text{ kN/m}^2 \quad (\text{همگن})$$

II- مدل فازهای جدا شده

الف- متد M- N:

$$2.54 \rightarrow \Delta P_F = \frac{2 f_{fo} G^2 v_f (L - Z_s)}{D} \left[\frac{1}{x_o} \int_0^{x_o} \phi_{fo}^2 dx \right] \quad - (5)$$

$$\begin{cases} x_o = 0.356 \\ P = 68.9 \text{ bar} \end{cases} \xrightarrow{\text{Fig. 2.5}} \frac{1}{x_o} \int_0^{x_o} \phi_{fo}^2 dx = 7.05$$

$$5 \rightarrow \Delta P_F = \frac{2 \times 0.0044 (1335)^2 \times 1.35 \times 10^{-3} \times 2.12}{10.16 \times 10^{-3}} \times 7.05 \rightarrow \Delta P_F = 30.9 \text{ kN/m}^2 \quad (\text{M- N})$$

$$2.54 \rightarrow \Delta P_a = G^2 v_f r_2 \quad - (6)$$

$$r_2 = \left[\frac{x_o^2}{\alpha} \left(\frac{v_g}{v_f} \right) + \frac{(1-x_o)^2}{(1-\alpha)} - 1 \right]$$

$$\begin{cases} P = 68.9 \text{ bar} \\ X_o = 0.356 \end{cases} \xrightarrow{\text{Fig. 2.7}} r_2 = 4.55 \rightarrow \Delta P_a = (1335)^2 \times 1.35 \times 10^{-3} \times 4.55 \rightarrow \Delta P_a = 10.95 \text{ kN/m}^2 \quad (\text{M- N})$$

$$2.54 \rightarrow \Delta P_z = \frac{g \sin \theta (L - Z_s)}{v_{fg}} r_1 \quad - (7)$$

$$r_1 = \frac{1}{x_o} \int_0^{x_o} \left[(1-\alpha) + \left(\frac{v_f}{v_g} \right) \alpha \right] dx \xrightarrow[\text{محاسبات میانی}]{\text{Fig. 2.6}} r_1 = 0.38$$

$$7 \rightarrow \Delta P_z = \frac{9.807 \times 1 \times 2.12}{1.35 \times 10^{-3}} \times 0.38 \rightarrow \Delta P_z = 5.85 \text{ kN/m}^2 \quad (\text{M- N})$$

ب- رابطه Thom:

همان کار M- N تکرار شده، مقادیر در جدول 2.3 آمده است.

$$\begin{cases} x_o = 0.356 \\ P = 68.9 \text{ bar} \end{cases} \xrightarrow{\text{Table 2.3}} \frac{1}{x_o} \int_0^{x_o} \phi_{fo}^2 dx = 4.5 \xrightarrow{5} \Delta P_F = 19.85 \text{ kN/m}^2 \quad (\text{Thom})$$

$$\begin{cases} x_o = 0.356 \\ P = 68.9 \text{ bar} \end{cases} \xrightarrow{\text{Table 2.3}} r_2 = 5.5 \xrightarrow{6} \Delta P_a = 13.25 \text{ kN/m}^2 \quad (\text{Thom})$$

$$\begin{cases} x_o = 0.356 \\ P = 68.9 \text{ bar} \end{cases} \xrightarrow{\text{Table 2.3}} \alpha_o = 0.87$$

مقدار r_1 در مقاله اصلی Thom , $r_1 = 0.37$ بدست آمده است.

$$7 \rightarrow \Delta P_z = 5.69 \text{ kN/m}^2 \quad (\text{Thom})$$

ج- متد Baroczy:

این روش فقط برای محاسبه ΔP_F می‌باشد. برای $G = 1356 \text{ kg/m}^2\text{s}$ ϕ_{fo}^2 به صورت تابعی از x و $\left(\frac{\mu_f}{\mu_g}\right)^{0.2} \left(\frac{\rho_g}{\rho_f}\right)$ در Fig. 2.9 و جدول 2.4 داده شده است. برای G های دیگر، ضریب تصحیح Ω از Fig. 2.10 بدست می‌آید:

$$G = 1335 \xrightarrow{\text{Fig.2.10}} \Omega \cong 1$$

$$\text{شرایط مسئله} \xrightarrow{\text{Fig.2.9}} \frac{1}{x_0} \int_0^{x_0} \phi_{fo}^2 \Omega dx = 5.75 \xrightarrow{5} \Delta P_F = 25.4 \text{ kN/m}^2 \quad (\text{Baroczy})$$

- در این روش ΔP_a و ΔP_z همان مقادیر بدست آمده از روش M-N می‌باشد.

- بالاخره نتایج محاسبات در جدول زیر خلاصه می‌شود

متد بررسی مولفه‌های افت فشار		همگن					(M- N)	(Thom)	(Baroczy)
		(i)	(ii)	(iii)	(iv)	(v)			
تک‌فازی	ΔP_F	3.06	محاسبات قسمت تک‌فازی برای تمام روش‌ها یکی است						
	ΔP_a	0.33							
	ΔP_z	12.05							
دو فازی	ΔP_F	19.7	18.9	19.3	18.25	23.8	30.9	19.85	25.4
	ΔP_a	16.7	16.7	16.7	16.7	16.7	10.95	13.25	10.95
	ΔP_z	4.6	4.6	4.6	4.6	4.6	5.85	5.69	5.85
ΔP کل		56.4	55.6	56.0	55.0	60.5	63.1	54.2	57.64

از جدول مذکور، $\Delta P_{\min} = 54.2 (-5.4\%)$ ، $\Delta P_{\max} = 63.1 (+10.1\%)$ ، $\Delta P_{av} = 57.4 \text{ kN/m}^2$ می‌باشد.

(پایان فصل دوم)