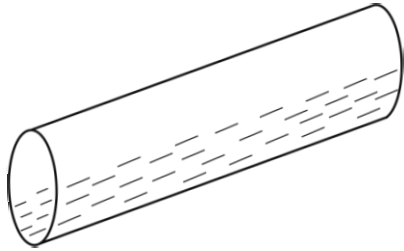


فصل سوّم: رفتار تجربی جریان دوفازی (*Empirical Treatment of Two-Phase Flow*)

Drift Flux Model

- مدلی است که به حرکت نسبی فازها توجه دارد.
- برای جریانهای Bubbly و Plug که می‌توان سرعت بخصوص برای گاز داشت بکار می‌رود.
- برای جریان Annular چون فاز مایع دو سرعت مختلف دارد (فیلم مایع + قطرات مایع)، مناسب نیست.

توسعه مدل:



یاد آوری:

u_g, u_f = سرعت واقعی فازها

J_g, J_f = سرعت ظاهری فازها (سرعت هر فاز به تنهایی در کانال)

$u_{gf} = u_g - u_f$ = سرعت لغزش (سرعت نسبی بین دو فاز)

$$u_{gf} = u_g - u_f = \frac{J_g}{\alpha} - \frac{J_f}{(1-\alpha)} \rightarrow u_{gf} \cdot \alpha(1-\alpha) = (1-\alpha)J_g - \alpha \cdot J_f \quad - (1)$$

$$\text{Drift Flux: } J_{gf} = u_{gf} \cdot \alpha(1-\alpha) = (1-\alpha)J_g - \alpha \cdot J_f = J_g - \alpha(J_g + J_f) = J_g - \alpha J \quad - (2)$$

$J_{gf} = \text{Drift flux}$: از نظر فیزیکی نمایانگر دبی حجمی بخاری است که در جریان بطرف بالا جلو می‌رود و یا در جریان بطرف پائین، عقب می‌ماند بر واحد سطح صفحه عمود بر محور کانال که خودش با سرعت جریان J حرکت می‌کند.

به عبارت دیگر: **Drift flux** فلوی حجمی یک مؤلفه نسبت به سطحی است که با سرعت متوسط J حرکت می‌کند.

$$J_{fg} = -J_{gf}$$

$$2 \rightarrow J_g = \alpha J + J_{gf}$$

$$\bar{J}_g = \left(\overline{\alpha J} \right) + \bar{J}_{gf} \xrightarrow[\bar{\alpha}]{\text{تقسیم بر}} \frac{\bar{J}_g}{\bar{\alpha}} = \frac{\left(\overline{\alpha J} \right)}{\bar{\alpha}} + \frac{\bar{J}_{gf}}{\bar{\alpha}} \quad - \textcircled{3}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} C_o = \frac{(\overline{\alpha J})}{(\overline{\alpha})(\overline{J})} \\ \bar{u}_{gj} = \frac{\bar{J}_{gf}}{\overline{\alpha}} \end{array} \right. \quad (\text{weighted mean drift vel.})$$

$$3 \rightarrow \bar{u}_g = \frac{\bar{J}_g}{\overline{\alpha}} = C_o(\overline{J}) + \bar{u}_{gj} \quad - (4)$$

$$4 \rightarrow \xrightarrow[\text{تقسيم}]{\bar{J}} \frac{\bar{u}_g}{\bar{J}} = C_o + \frac{\bar{u}_{gj}}{\bar{J}} \quad - (5)$$

$$\beta = \frac{Q_g}{Q_g + Q_f} \rightarrow \frac{\bar{u}_g}{\bar{J}} = \frac{\frac{Q_g}{A_g}}{\frac{Q_g + Q_f}{A}} = \frac{\beta}{\alpha}$$

$$5 \rightarrow \alpha = \frac{\beta}{C_0 + \frac{\bar{u}_{gj}}{J}} \quad - \textcircled{6}$$

اگر حرکت نسبی بین دوفاز نباشد ($\bar{u}_{gj} = 0$) $\alpha = \frac{\beta}{C_0}$

برای مدل همگن یک بعدی ($C_0 = 1$) $\alpha = \beta$

در واقع C_0 ضریب تصحیح تئوری هموژن یک بعدی است تا اثر تغییرات مستقل پروفیل غلظت و پروفیل سرعت در هر مقطع را به حساب آورد.

$$\frac{\bar{J}_{\text{gg}}}{\bar{\alpha}} = \text{Co}(\bar{J}) + \bar{u}_{\text{gj}} \quad - (4)$$

برای استفاده از مدل Drift Flux، نتایج تجربی به صورت $\frac{\bar{J}_{\text{gg}}}{\bar{\alpha}}$ بر حسب \bar{J} ترسیم می‌شود تا Co و J_{gf} (یا \bar{u}_{gj}) بدست آید (رابطه ۴).

به عنوان مثال Zuber و همکارانش داده‌های خود برای R-22 را که در Fig. 2.8 آمده است و داده‌های مشابه برای جریان بخار-مایع آب را با استفاده از مقادیر زیر در رابطه ۶ فرموله نمودند:

$$\begin{cases} \text{Co} = 1.13 \\ \bar{u}_{\text{gi}} = 1.41 \left[\frac{\sigma g (\rho_f - \rho_g)}{\rho_f^2} \right]^{1/4} \end{cases} \quad - (7)$$

- بنابراین این روش نظیر مدل فازهای جدا شده به خوبی اثر سرعت جرمی را بر روی ضریب وید لحاظ می‌نماید. روابط 6 و 7 برای ربط دادن α و پارامترهای مستقل جریان بکار می‌روند.

از مدل Drift Flux زمانی استفاده می‌شود که Drift Vel. در مقایسه با فلوی حجمی کل قابل مقایسه باشد ($\bar{u}_{gj} > 0.05 J$).

این مسئله آن را محدود به الگوهای جریان Slug , Bubbly و Churn می‌نماید.

الف- جریان حبابی (*Bubbly Flow*):

۱- Drift Flux Model:

قبلاً گفته شد:

$$\alpha = \frac{\beta}{C_o + \frac{\bar{u}_{gj}}{\bar{J}}} \quad - \textcircled{1}$$

Wallis از راه آزمایش:

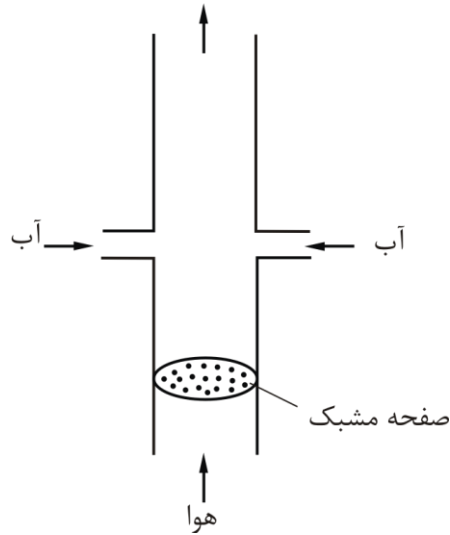
برای حالت

جریان یک بعدی

عمودی و بطرف بالا

حباب‌های بخار کوچک ($\alpha < 0.2$)

بدست آورد:



$$Co = 1$$

$$\bar{u}_{gj} = C_1 \left[\frac{\sigma g (\rho_f - \rho_g)}{\rho_f^2} \right]^{1/4} \quad - (2)$$

$$C_1 = 1.53(1 - \alpha)^2$$

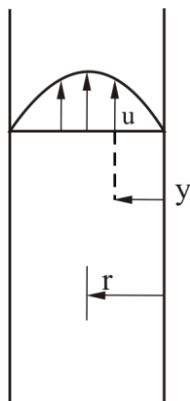
در رابطه 1 اگر $\alpha = \beta \leftarrow \bar{u}_{gj} = 0$

همینطور برای سایر الگوهای جریان، لوله عمودی (جریان بطرف پایین) و لوله افقی، C_0 و C_1 بوسیله افراد مختلف داده شده است.

۲- (*Bankoff Variable Density Model*):

اثر دوبعدی را در مدل همگن لحاظ نموده است.

فرضیات
 تمرکز حباب‌های بخار در مرکز لوله ماکزیمم و در جداره صفر است.
 در هیچ نقطه لغزشی بین حباب‌های بخار و مایع وجود ندارد
 برای سرعت یک توزیع توانی (رابطه ۳) فرض می‌شود.



$$\frac{u}{u_m} = \left(\frac{y}{r} \right)^{\frac{1}{m}} \quad - (3)$$

برای جریان مغشوش $m = 5-7$ می باشد.

$$\frac{\alpha}{\alpha_m} = \left(\frac{y}{r} \right)^{\frac{1}{n}} \quad - \textcircled{4}$$

با استفاده از روابط 3 و 4 و یک سری محاسبات میانی به رابطه 5 رسید:

$$\bar{\alpha} = K \bar{\beta} \quad - \textcircled{5}$$

که در آن:

$$K = \frac{2(m+n+mn)(m+n+2mn)}{(n+1)(2n+1)(2m+1)} \quad - \textcircled{6}$$

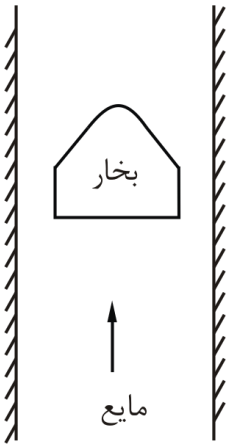
تقریباً برای تمام m و n های احتمالی $K = 0.5-1$ می باشد که با نتایج تجربی مطابقت دارد. با اینکه سرعت موضعی بخار و مایع برابر فرض شد ولیکن چون تمرکز بخار در مرکز بیشتر است، سرعت متوسط بخار در هر مقطع بیش از مایع است. قبلاً برای جریان بدون لغزش با استفاده از Drift Flux Model بدست آوردیم:

$$\bar{\alpha} = \frac{\bar{\beta}}{C_0} \xrightarrow{5} K = \frac{1}{C_0}$$

برای کسب اطلاع بیشتر به کتاب Chisholm یا اصل مقالات آنها مراجعه شود.

ب- Slug Flow (Plug Flow):

: Drift Flux Model



برای جریان مغشوش کاملاً توسعه یافته $\left(\frac{JD\rho_f}{\mu_f} > 8000 \right)$ بطرف بالا عمودی:

$$Co = 1.2$$

$$\bar{u}_{gj} = 0.35 \left[\frac{g(\rho_f - \rho_g)D}{\rho_f} \right]^{1/2}$$

برای جریان مغشوش داخل لوله افقی Armand ، بدست آورده است: $\left(\frac{JD\rho_f}{\mu_f} > 3000 \right)$

$$\bar{\alpha} = 0.833 \bar{\beta} \quad (K = 0.833)$$

روابط مذکور به صورت ترسیمی در Figs. 3.1 & 3.2 آمده است.

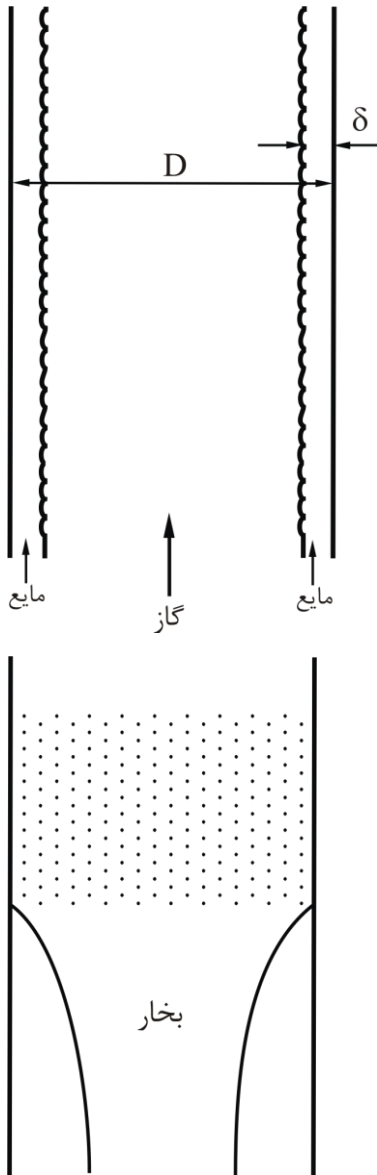
جریان حلقوی (*Annular Flow*):

خیلی مهم:

- محدوده وسیع از کیفیت بخار (0.1-1)
- عملاً $0.2 - 0.3 < X$ جریان حلقوی
- تداخل قطرات مایع (Entrainment)
- عملاً حدود $X > 0.7$ فیلم مایع تمام می شود (Drop Flow)

از فصل قبل:

با فرض اینکه هیچ قطره مایعی در بخار نباشد:



$$(1 - \alpha) = \frac{4\delta}{D} \quad - \textcircled{1}$$

محاسبه افت فشار در جریان حلقوی:

فرضیات

- کل مایع در فیلم مایع جریان دارد
- سطح مشترک صاف است
- افت فشار در اثر تغییر ارتفاع و شتاب ناچیز (جریان افقی دائم ایزوترمال)

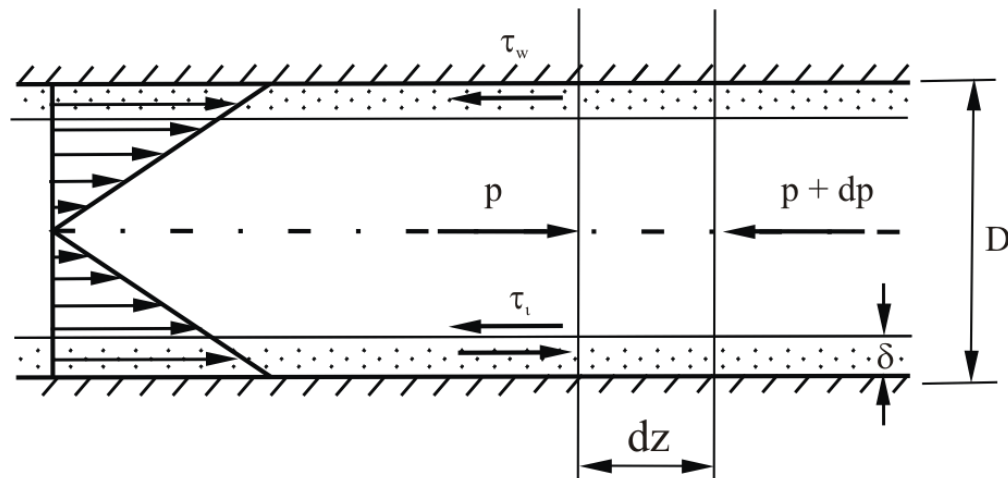


Fig. 3.3. Shear Stress Distribution in Horizontal Annular Flow

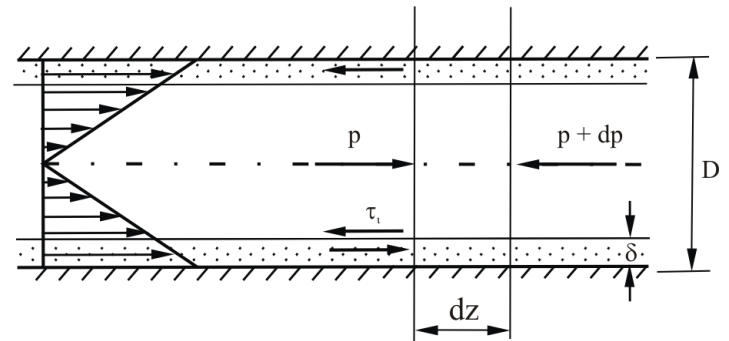
Control Volume $\xrightarrow{\text{معادله ممنتوم}}$ $\rightarrow \sum F = 0$

$$-dP \cdot \frac{\pi D^2}{4} - \tau_w \cdot \pi D \cdot dz = 0 \rightarrow \left(-\frac{dP}{dz} F \right) = \frac{4\tau_w}{D} = \frac{2f_{TP} \cdot \rho_f \cdot u_f^2}{D} \quad - (2)$$

$$\left(-\frac{dP}{dz} F \right) = \frac{4\tau_i}{D - 2\delta}$$

- اگر فاز مایع به تنهائی در لوله جریان یابد:

$$\left(-\frac{dP}{dz} F \right)_f = \frac{2f_f \rho_f u_f^2 (1-\alpha)^2}{D} \quad - (3)$$



$$G(1 - X) = u_f (1 - \alpha)$$

$$\phi_f^2 = \frac{\left(-\frac{dP}{dz} F \right)}{\left(-\frac{dP}{dz} F \right)_f} \xrightarrow{2.3} \phi_f^2 = \frac{f_{TP}}{f_f} \cdot \frac{1}{(1-\alpha)^2} \quad - (4)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Re} = \frac{\rho_f u_f 4\delta}{\mu_f} \quad \leftarrow D_h = 4\delta \text{ مایع فیلم برای} \\ \text{Re} = \frac{\rho_f u_f (1-\alpha)D}{\mu_f} \quad \leftarrow \text{مایع به تنهائی در لوله برای} \end{array} \right.$$

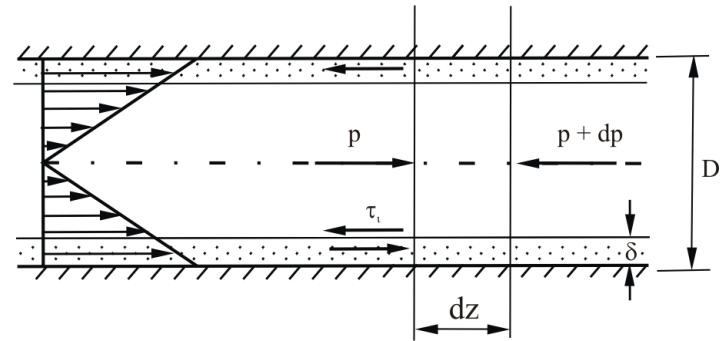
از رابطه ۱: $(1 - \alpha) D = 4\delta$ ، بنابراین Re در دو حالت یکی است.
در نتیجه:

$$\frac{f_{\text{TP}}}{f_f} \approx 1$$

$$4 \rightarrow \phi_f^2 = \frac{1}{(1-\alpha)^2} \quad \text{--- (5)}$$

$$\text{افت فشار} \xrightarrow{4} \phi_f^2 \xrightarrow{5} \alpha \xrightarrow{1} \delta \quad \text{(و بالعکس)}$$

$$\left(-\frac{dP}{dz} F \right) = \frac{4\tau_i}{D - 2\delta} \quad - (6)$$



$$\phi_g^2 = \frac{\left(-\frac{dP}{dz} F \right)}{\left(-\frac{dP}{dz} F \right)_g} = \frac{1}{\alpha^{5/2}} \frac{f_i}{f_g} \quad - (7)$$

- اگر سطح مشترک صاف باشد، $\frac{f_i}{f_g} \approx 1$:

$$7 \rightarrow \phi_g^2 \approx \frac{1}{\alpha^{5/2}} \quad - (8)$$

- رابطه 8 برعکس رابطه 5، با نتایج آزمایش نمی خواند.

برای حالت واقعی، Wallis در حالت بدون تداخل قطرات پیشنهاد نموده است:

$$\frac{f_i}{f_g} = 1 + 300 \frac{\delta}{D} = 1 + 75(1 - \alpha) \quad - (9)$$

$$7 \xrightarrow{9} \phi_g^2 = \left[\frac{1 + 75(1 - \alpha)}{\alpha^{5/2}} \right] \quad - \textcircled{10}$$

- اگر $e = \text{entrainment}$ باشد:

$$\text{دبی فیلم مایع} = W_f(1 - e)$$

- در این حالت، Wallis رابطه زیر را پیشنهاد داده است (رابطه 3.40 کتاب).

$$\phi_g^2 = \left[\frac{1 + 75(1 - \alpha)}{\alpha^{5/2}} \right] \left[\frac{W_g + e.W_f}{W_g} \right] \left[1 - 2 \left(\frac{\alpha}{1 - \alpha} \right) \left(\frac{\rho_g}{\rho_f} \right) \left(\frac{W_f(1 - e)}{W_g} \right) \right]^2 \quad - \textcircled{11}$$

- روابطی نیز برای محاسبه e و شروع آن وجود دارد.

جمع بندی برای حل مسائل جریان حلقوی:

۱- تخمین افت فشار اولیه با استفاده از روش همگن یا فازهای جدا شده

۲- محاسبه دبی فیلم مایع با استفاده از e و سایر اطلاعات

۳- محاسبه ضخامت فیلم مایع با استفاده از گرادیان فشار و دبی فیلم مایع

۴- محاسبه ϕ_g^2 و سپس محاسبه افت فشار جدید با استفاده از دبی گاز، خواص فیزیکی،

هندسه کانال، δ و e

۵- مقایسه افت فشار جدید با افت فشار قبلی، اگر مساوی نبودند، تکرار کار از مرحله ۳

به بعد.

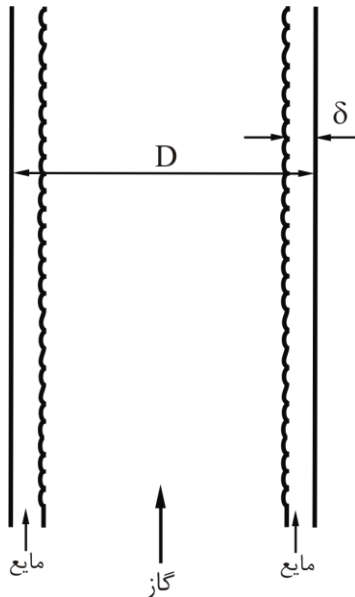
مثال:

جریان دوفازی حلقوی آب و هوا در یک لوله عمودی به قطر داخلی 30 mm از پائین به بالا وجود دارد.

$$W_f = 0.2 \text{ kg/s}, \quad W_g = 0.1 \text{ kg/s}, \quad D = 0.03 \text{ m}$$

$$\rho_f = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad \mu_f = 10^{-3} \text{ Ns/m}^2, \quad \sigma = 0.072 \text{ N/m}$$

$$\rho_g = 1.640 \text{ kg/m}^3, \quad \mu_g = 1.8 \times 10^{-5} \text{ Ns/m}^2, \quad e = 0.615$$



محاسبه کنید:

الف- ضخامت فیلم مایع (δ)

ب- دبی جرمی فیلم مایع (W_{fF})

ج- گرادیان فشار $\left(-\frac{dP}{dz} F \right)$

۱- تخمین اولیه گرادیان فشار:

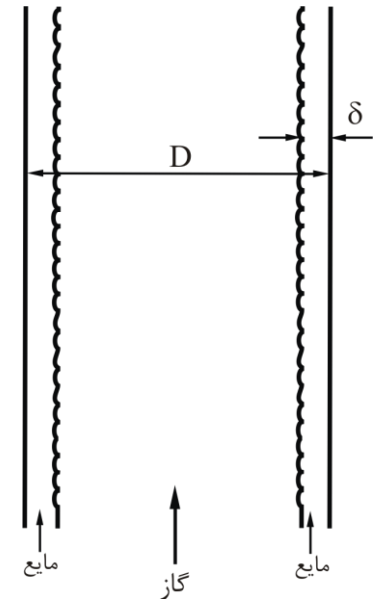
$$Re_f = \left(\frac{\rho u D}{\mu} \right)_f = \left(\frac{GD}{\mu} \right)_f = \left(\frac{W_f D}{A \mu_f} \right) = \frac{0.2 \times 0.03}{\frac{\pi}{4} (0.03)^2 \times 10^{-3}} = 8500$$

$$G_f = \frac{W_f}{A} = 283.5 \text{ kg/s.m}^2$$

$$f_f = \frac{0.079}{Re_f^{1/4}} = \frac{0.079}{8500^{1/4}} = 0.0082$$

$$\left(-\frac{dP}{dz} F \right)_f = \frac{2f_f \cdot G_f^2}{D \cdot \rho_f} = \frac{2 \times 0.0082 (283.5)^2}{0.03 \times 1000} = 43.9 \text{ N/m}^2 \cdot \text{m}$$

$$Re_g = \frac{W_g D}{A \mu_g} = \frac{0.1 \times 0.03}{\frac{\pi}{4} (0.03)^2 \times 1.8 \times 10^{-5}} = 2.36 \times 10^5$$



$$G_g = \frac{W_g}{A} = 141.7 \text{ kg/s.m}^2 \quad , \quad f_g = \frac{0.079}{\text{Re}_g^{1/4}} = 0.0036$$

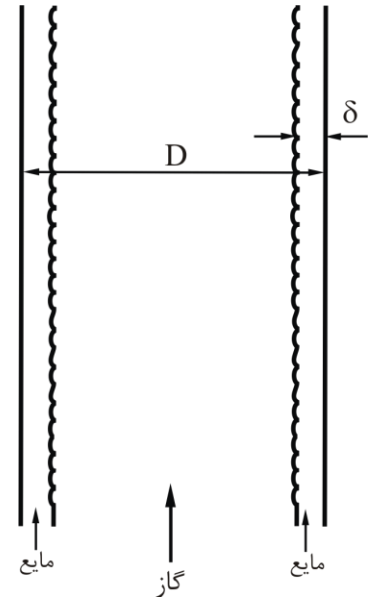
$$\left(-\frac{dP}{dz} F \right)_g = \frac{2f_g \cdot G_g^2}{D \cdot \rho_g} = \frac{2 \times 0.0036 \times 141.7^2}{0.03 \times 1.64} = 2.93 \times 10^3 \text{ N/m}^2 \cdot \text{m}$$

$$X_{tt} = \left[\frac{\left(\frac{dP}{dz} F \right)_f}{\left(\frac{dP}{dz} F \right)_g} \right]^{1/2} = \left(\frac{43.9}{2.93 \times 10^3} \right)^{1/2} = 0.1225$$

$$\text{Eq.2.69} \rightarrow \phi_g^2 = 1 + CX + X^2$$

$$\phi_g^2 = 1 + 20 \times 0.1225 + 0.1225^2 = 3.465$$

$$\left(-\frac{dP}{dz} F \right) = \left(-\frac{dP}{dz} F \right)_g \times \phi_g^2 = 2.93 \times 10^3 \times 3.465 = 10.15 \text{ kN/m}^2 \cdot \text{m}$$



(تخمین اولیه)

۲- محاسبه دبی فیلم مایع (W_{fF}):

$$W_{fF} = W_f (1-e) = 0.2(1-0.615) = 0.077 \text{ kg/s}$$

۳- محاسبه ضخامت فیلم مایع (δ):

$$5 \rightarrow \phi_{fF}^2 = \frac{1}{(1-\alpha)^2} \quad \leftarrow \text{(هنگامیکه } e \text{ داریم)}$$

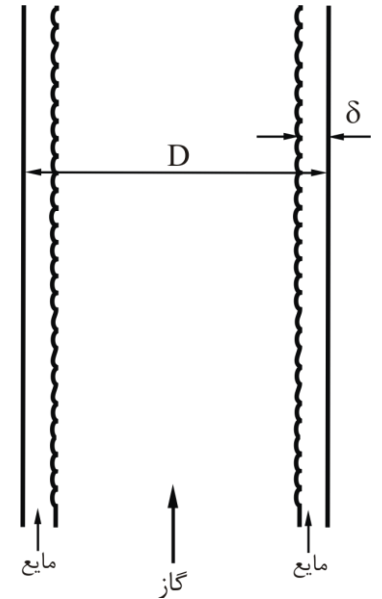
$$Re_{fF} = Re_f (1-e) = 8500(1-0.615) = 3270$$

$$f_{fF} = \frac{0.079}{(Re_{fF})^{1/4}} = 0.01045, \quad G_{fF} = G_f (1-e) = 109 \text{ kg/s.m}^2$$

$$\left(-\frac{dP}{dz} F \right)_{fF} = \frac{2f_{fF}G_{fF}^2}{D\rho_f} = \frac{2 \times 0.01045 \times 109^2}{0.03 \times 10^3} = 8.3 \text{ N/m}^2 \cdot \text{m}$$

$$\phi_{fF}^2 = \left[\frac{\left(\frac{dP}{dz} F \right)}{\left(\frac{dP}{dz} F \right)_{fF}} \right] = \frac{10.15 \times 10^3}{8.3} = 1.225 \times 10^3$$

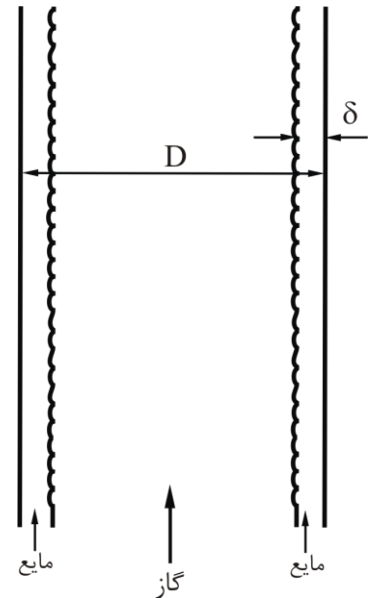
$$5 \rightarrow (1-\alpha)^2 = \frac{1}{1.225 \times 10^3} \rightarrow 1-\alpha = \frac{4\delta}{D} = 2.855 \times 10^{-2} \rightarrow \alpha = 0.97145, \quad \delta = 0.214 \text{ mm}$$



۴- محاسبه ϕ_g^2 ، $\left(-\frac{dP}{dz} F\right)$ جدید:

$$11 \rightarrow \phi_g^2 = \left[\frac{1+75(1-\alpha)}{\alpha^{5/2}} \right] \left[\frac{W_g + eW_f}{W_g} \right] \left[1 - 2 \left(\frac{\alpha}{1-\alpha} \right) \left(\frac{\rho_g}{\rho_f} \right) \left(\frac{W_f(1-e)}{W_g} \right) \right]^2 \rightarrow \phi_g^2 = 6.58$$

$$\left(-\frac{dP}{dz} F\right) = \left(-\frac{dP}{dz} F\right)_g \times \phi_g^2 = 2.93 \times 10^3 \times 6.58 = 19.3 \text{ kN/m}^2 \cdot \text{m}$$



۵- مقایسه دو گرادیان فشار و تکرار:

تخمین اولیه 10.15 بود که با مقدار جدید 19.3 بدست آمده در مرحله قبلی تفاوت زیاد دارد، بنابراین به مرحله ۳ برمی گردیم و محاسبات را تکرار می کنیم تا آخرین گرادیان فشار بدست آمده با مقدار مرحله ما قبل آن تقریباً برابر باشد.

نتیجه نهائی به صورت زیر خواهد بود:

$$\delta = 0.175 \text{ mm}$$

$$\left(-\frac{dP}{dz} F \right) = 15.2 \text{ kN/m}^2 \cdot \text{m}$$

$$W_{fF} = 0.077 \text{ kg/s}$$

(پایان فصل سوم)